

# Unsinn im Zahlenland

Dr. Matthias Leder,  
Osnabrücker Zentrum für mathematisches Lernen

Wissenschaftliche Studien zum Erwerb früher mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten zeigen, dass

- (1) das mathematische Wissen, mit dem ein Kind eingeschult wird, einen hohen Vorhersagewert hat für seinen Schulerfolg im mathematischen Anfangsunterricht,
- (2) die Kinder sich in der Menge und Qualität ihres Vorwissens erheblich unterscheiden,
- (3) sich diese Unterschiede zwischen den Kindern keineswegs von selbst ausgleichen (vgl. Stern 2003, Krajewski 2008a, b, c, Gasteiger 2010, Weinhold Zulauf et al. 2003).

So erscheint es sinnvoll, einem guten Start in die Mathematik eine hohe Bedeutung beizumessen. Allen Kindern diesen guten Start in den Anfangsunterricht Mathematik zu ermöglichen, ist das Ziel mathematischer Förderprogramme für Vorschulkinder. Häufig sind sie auch mit dem Gedanken der Dyskalkulieprävention verbunden (vgl. Petermann 2003; Jacobs & Petermann 2003, Krajewski 2008b). Da die Mathematik ein besonders systematisches Wissensgebiet ist, dessen Teilgebiete logisch aufeinander aufbauen, kann davon ausgegangen werden, dass mangelnde Einsicht in grundlegende mathematische Prinzipien zu kumulierenden Missverständnissen führen kann. Dem früh entgegenzuwirken, ist eine zentrale pädagogische Aufgabe.



Eines der bekanntesten und verbreitetsten mathematischen Frühförderkonzepte im deutschsprachigen Raum trägt den Titel „**Komm mit ins Zahlenland**“ (Friedrich et al. 2011). Inwieweit trägt dieses Konzept dazu bei, Kindergartenkindern grundlegende mathematische Einsichten – wie z. B. Mengenvergleiche, Zählprinzipien, Unterschied und Zusammenhang von kardinalem und ordinalem Zahlaspekt, die Teil-Ganzes-Beziehung und die Anzahlinvarianz<sup>1</sup> – zu vermitteln, die sie für einen erfolgreichen Start in die Schulmathematik benötigen? Was leistet es, um der Entwicklung einer Rechenschwäche vorzubeugen?

Kritisch unter die Lupe genommen wird im Folgenden ein Kernelement des Gesamtkonzepts: die Zahlenmärchen.

Die Grundidee der Zahlenmärchen besteht darin, die Zahlen als Hauptfiguren von Geschichten, mit denen die Kinder sich identifizieren können, Abenteuer erleben zu lassen, in die die verschiedenen Zahlaspekte integriert sind. Diese Abenteuer sollen spannend, lustig und interessant genug sein, um die Aufmerksamkeit der Kinder zu fesseln und sich ihnen einzuprägen. Angenommen wird, dass die Kinder die mathematischen Informationen nebenbei mitlernen. Die verschiedenen Zahlaspekte werden nicht systematisch behandelt, wiederholt und variiert, sondern sie tauchen einfach gelegentlich auf. Vergleichsweise häufig begegnen dem Leser der Operatoraspekt und der für Vorschulkinder recht anspruchsvolle Maßzahlaspekt<sup>2</sup>, während der kardinale Zahlaspekt eher eine Nebenrolle spielt.

Welche Anforderungen dürfen an die Geschichten gestellt werden? Sicher ist es nicht sinnvoll, von Märchen zu verlangen, dass sie logisch und rational zu sein haben. In Märchen ist vieles erlaubt, das uns im wirklichen Leben nicht glaubwürdig erscheint. Etwa spricht nichts gegen die imaginäre Reise des Ich-Erzählers in der Geschichte der Drei, in der er sich unverhofft als Kapitän auf einem Piratenschiff wiederfindet und zu Neptun in sein Reich hinabtaucht, wo ihm drei Wünsche gewährt werden.

Bei den Zahlenlandgeschichten handelt es sich jedoch um didaktische Märchen mit einer pädagogischen Absicht. Sie dienen dazu, den Kindern Einsichten in die Grundlagen des mathematischen Denkens zu vermitteln. So kann von ihnen verlangt werden, dass die vermittelten Inhalte mathematisch sinnvoll, korrekt und

<sup>1</sup> kardinaler Zahlaspekt: Die Zahl bezeichnet eine Anzahl (z. B. 7 Kinder auf einer Geburtstagsparty); ordinaler Zahlaspekt: die Zahl bezeichnet eine Position oder einen Rangplatz (z. B. der 1000. Besucher des Museums); Anzahlinvarianz: Die Größe einer Menge ist unabhängig von der Anordnung ihrer Elemente.

<sup>2</sup> Operatoraspekt: Die Zahl gibt die Häufigkeit an, mit der eine Funktion ausgeführt wird (z. B. noch dreimal schlafen bis Weihnachten). Maßzahlaspekt: Die Zahl gibt eine Größe im Verhältnis zu einer Einheit an (z. B. 3 cm).

nachvollziehbar sind. Gelegentlich kann es diskussionswürdig sein, ob dies der Fall ist. Wenn z. B. die Zwei als eine Figur eingeführt wird, die „alles alles zweimal zweimal“ sagt, erscheint das eher umständlich, und man fragt sich mit einer gewissen Sorge, wie es in der Geschichte der Drei sein wird. Aber das mag Geschmackssache sein. Wenn jedoch eine Geschichte in einer Art mathematischem Rätsel kulminiert, bei dem weder die Frage noch die Lösung einen Sinn ergeben, geht es nicht mehr nur um Geschmack. Ein solches Rätsel bildet den Höhepunkt der Geschichte der Eins, in der der Zahlenkobold Kuddelmuddel dem Einhorn sein Horn gestohlen hat.

„Passt auf“, wandte sich die Zahlenfee Vergissmeinnicht an Kuddelmuddel und die Eins, „ich stelle euch jetzt eine einzige Frage. Wer von euch beiden sie lösen kann, darf das Horn behalten. Hört gut zu. Was ist mehr als keins?“ Der Kobold kratzte sich nachdenklich am Kinn, schüttete den Kopf und schnarrte: „Keine Ahnung. Wer soll so etwas denn wissen?“ „Ich“, jubelte Eins, „das bin ja ich! Ich bin Eins, bin mehr als keins, juchhuu!“ „Dir gebührt das Horn“, sagte die Fee lächelnd““ (Friedrich et al., S. 29).

Allein sprachlich ist Vergissmeinnichts Frage irritierend: Was will jemand wissen, der so fragt? „Was ist mehr als nichts?“ wäre wenigstens grammatisch korrekt, wenn auch die Antwort „alles“ wenig informativ ist. Aber „keins“? Kein was? Was bedeutet die Frage? Was soll womit verglichen werden? Um einen Sinn zu haben, müsste der Gegenstand der Frage spezifiziert werden: Was ist mehr als keine Apfelsine (keine Zeit / keine Idee)? Es gibt viele Antwortmöglichkeiten. Eine Apfelsine ist natürlich mehr als keine Apfelsine, zwei oder drei oder vier ... Apfelsinen sind ebenfalls mehr.

Die Lösung in der Geschichte „ich“, jubelte die Eins, „das bin ja ich“ wäre, mathematisch betrachtet, nur dann sinnvoll, wenn die Eins sich selbst als eine Menge betrachtete, was jedoch sehr sonderbar anmuten würde. Schließlich ist eine Person keine Menge. Der Begriff „mehr“ impliziert aber einen Vergleich zweier Mengen bezüglich ihrer Größe.

Was lernen Kinder, die noch nicht wissen, was das Wort „mehr“ bedeutet – viele Vierjährige unterscheiden noch nicht konsequent zwischen „viel“ und „mehr“ – in so einer Geschichte über den Vergleich zweier Mengen?

An zwei Beispielen soll im Folgenden geprüft werden, ob bzw. inwieweit die Zahlengeschichten geeignet sind, den Kindern Einsichten in grundlegende mathematische Prinzipien und die verschiedenen Zahlaspekte sowie ihre Zusammenhänge zu vermitteln.

### Beispiel 1: Die Fünf hat Geburtstag

Kurzgefasster Inhalt: Der Ich-Erzähler will seine Freunde, die Zahlen, besuchen, aber niemand ist

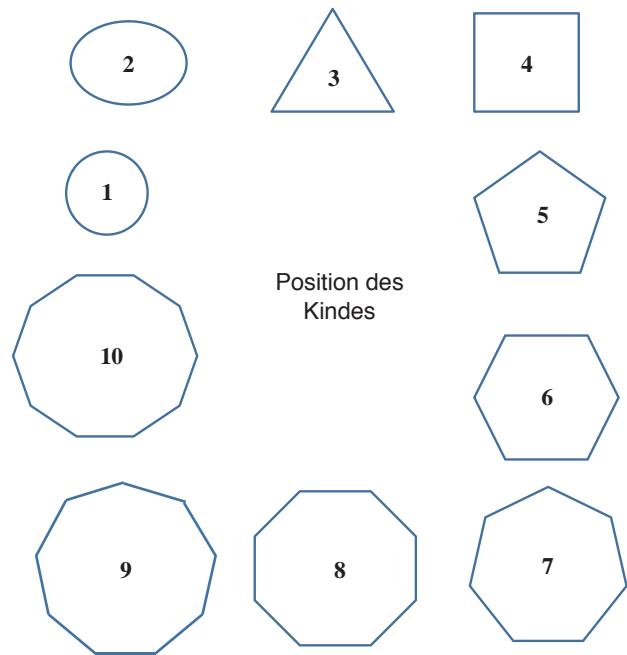


Abbildung: Die Anordnung der Zahlen und ihrer Gärten im Zahlenland

zu Hause. Er erwischt noch gerade die Vier, die in Eile ist, weil sie rechtzeitig beim Geburtstag der Fünf sein will. Vor dem Haus, in dem die Fünf wohnt, treffen die beiden auf die ebenfalls zur Feier eingeladenen Eins, Zwei und Drei, jedoch ein unerwartetes Problem tut sich auf: Die Zahlen können nicht ins Haus der Fünf hinein. Fünf Kinder drängen sich an ihnen vorbei und haben keine Schwierigkeit, gemeinsam das Haus zu betreten. Anscheinend muss man zu fünf sein, um hineingehen zu können. Was sollen die Zahlen tun?

Die erlösende Idee stammt diesmal vom Ich-Erzähler: „Ihr müsst versuchen, eine Fünf zu bilden“, rät er den Zahlen (ebd., S. 53). „Da hatten die Zahlen aber eine schwierige Rechenaufgabe zu lösen!“ (ebd.)

Nun nimmt die Eins die Vier an die Hand, und die Zwei nimmt die Drei an die Hand, denn „eins und vier macht zusammen fünf“ und „zwei und drei ergibt ebenfalls fünf“ (ebd.), und so können die Zahlen das Haus der Fünf betreten.

Gemeinsam mit fünf Kindern von den fünf Kontinenten feiern sie bis tief in die Nacht.

Was ist von dieser Geschichte zu halten? Was wird den Kindern vermittelt? Dass eins und vier zusammen fünf „macht“ und zwei und drei ebenfalls fünf „ergibt“? Was bedeuten die Verben „machen“ und „ergeben“ in diesem Kontext? Warum machen bzw. ergeben eins und vier bzw. zwei und drei zusammen fünf? Woran kann man dies erkennen? Wie kann man es überprüfen? Wie kann ein Kind, das die Zahlzerlegung der 5 noch nicht kennt, dies verstehen?

In der Geschichte gehen jeweils zwei Figuren, die Zahlwörter als Namen tragen, in ein Haus hinein. Konsequenter wäre in diesem Kontext, dass eins und vier zusammen zwei „machen“ und zwei und drei ebenfalls zwei „ergeben“, denn zwei Personen, die sich an der Hand fassen, sind und bleiben nun einmal zwei Personen. Für ihre Anzahl spielen ihre Namen schließlich keine Rolle. Wären denn die Drei und die Vier, wenn sie sich an der Hand nähmen, „mehr“ als ein aus Eins und Zwei bestehendes Paar? Was würde das Wort „mehr“ dann bedeuten? Impliziert „mehr“ nicht immer einen Vergleich? Was könnte hier in welcher Hinsicht sinnvoll verglichen werden?

Die Geschichte der Fünf vermischt die Ebene der Zahlwörter in für Kinder nicht nachvollziehbarer (und mathematisch unkorrekter) Weise mit Mengenvorstellungen und Zahlbeziehungen. Sie tut gewissermaßen so, als würde das Wort „Schokolade“ lecker schmecken. Lustig kann so ein Durcheinander bestenfalls für jemanden sein, der über alle genannten mathematischen Kenntnisse bereits verfügt, was bei Vorschulkindern jedoch keineswegs vorausgesetzt werden kann. Könnte man es, wäre ja auch kein Förderprogramm mehr erforderlich.

Sinnvolle Mathematik befasst sich mit dem Erforschen und Untersuchen von Zusammenhängen, so dass Schlussfolgerungen gezogen werden können, die sich überprüfen lassen<sup>3</sup>. Diese Selbstverständlichkeit jeder mathematischen Frühförderung wird hier nicht nur ignoriert, sondern ins Gegenteil verkehrt. Die Geschichte der Fünf stiftet Verwirrung: Als wäre die 5 so viel wie die 4, die 3 oder die 2, nämlich eine Person und keine unterschiedliche Mengenangabe – insofern, so ist zu hoffen, vergessen die Kinder sie ganz schnell wieder.

### Beispiel 2: Die Geschichte der Zehn – im Treppenlabyrinth

Kurzgefasster Inhalt: Am Ende der Zahlenstadt gelangt der Ich-Erzähler zum zehneckigen Turm der Zehn und möchte sie besuchen. Zehnmal zieht er am Klingelzug, bis ihm geöffnet wird. Die Zehn wohnt, wie es scheint, ganz oben im höchsten Zimmer ihres Turms. Zu ihr hinauf zu steigen, erweist sich als sehr schwierig, denn von Stockwerk zu Stockwerk gibt es mehr Treppen, zwischen denen der Ich-Erzähler sich zu entscheiden hat. Nachdem er bereits zwei Treppen hinaufgestiegen ist und sich nun drei Treppen gegenüber sieht, wählt er die mittlere und tritt durch ein Tor. Aber Erfolg versprechend sieht es für ihn nicht aus, denn: „oh je“, rief ich aus, denn ich war wieder ganz am Anfang des Treppenlabyrinths angekommen. Hinter mir hörte ich Kuddelmuddel kichern“ (ebd., S. 83).

3 Kritik, die in eine ähnliche Richtung zielt, findet sich u.a. auch bei Krajewski (2008b, S. 366) und Gasteiger (2010, S. 83f.).

Schließlich kann nur noch die Zahlenfee Vergissmeinnicht helfen, die dem verwirrten Ich-Erzähler eine Art Ariadnefaden in die Hand drückt. Dieser kommt nach zehnminütigem Nachdenken auf „die rettende Idee: Ich musste einfach nur zählen!“ (ebd.). Er schafft es, zur Zehn zu gelangen und kann nun mit ihr die „fantastische Aussicht über das Zahlenland“ genießen (ebd.).

Die Geschichte der Zehn ist ohne Frage die schwierigste der zehn Geschichten. Ich gebe zu: Nicht nur der Ich-Erzähler ist verwirrt, ich als Leser bin es auch. Es gelingt mir nicht, mir einen Reim auf den komplizierten Aufbau des Turms (bzw. seines Treppenhauses) zu machen, in dessen oberstem Zimmer die Zehn lebt. Der Umstand, dass der Ich-Erzähler, nachdem er zwei Treppen hinaufgestiegen ist, wieder am Ausgangspunkt angelangt, lässt mich an die bekannten Bilder des Künstlers M.C. Escher denken, auf denen die Figuren unentwegt aufwärts (bzw. abwärts) gehen können und doch immer wieder am Ausgangspunkt ankommen. Der Künstler verwendet Tricks und spielt mit den Mechanismen unserer Wahrnehmung, um auf diese Weise ihre Täuschungsanfälligkeit deutlich zu machen. Was aber soll die Geschichte den Kindern vermitteln? Sie legt die Vorstellung nahe, dass es schwierig und anstrengend ist, zur Zehn zu gelangen, dass sich die Anstrengung jedoch lohnt („fantastische Aussicht“), dass es eine große Leistung ist (die Kuddelmuddel dem Ich-Erzähler nicht zutraut) und dass man zählen muss, um es zu schaffen. Aber wozu sollte diese Vorstellung gut sein? Den meisten Vorschulkindern fällt es leicht, bis zehn zu zählen – worin besteht die große Leistung? Welche Aussicht können sie genießen, wenn sie es geschafft haben?

In der Geschichte kommt die 10 in verschiedenen Sinnzusammenhängen vor. Sie wohnt in einem zehneckigen Turm, und auch ihr Dachzimmer ist zehneckig (geometrischer Aspekt), der Ich-Erzähler zieht zehnmal am Klingelzug (Operatoraspekt) und denkt zehn Minuten nach (Maßzahlaspekt), bevor er auf die entscheidende Idee kommt. Liefern diese Zusammenhänge den Kindern wertvolle Informationen über die Zahl 10?<sup>4</sup> Werden sie von den Kindern überhaupt bemerkt? Können sich Vorschulkinder unter einem Zehneck etwas vorstellen, können sie es bspw. von einem Achteck unterscheiden? Haben sie eine Vorstellung davon, wie lange zehn Minuten dauern? Und falls ja: Muss man bei der Zehn über alles zehn Minuten lang nachdenken? Wie umständlich wäre das! Warum muss der Ich-Erzähler bei der Zehn ei-

4 Vielleicht möchten die Autoren vor allem den Eindruck vermitteln, 10 sei sehr viel bzw. sehr groß. Denn wer wohnt schon in einem zehnstöckigen Turm in einem Zimmer mit zehn Ecken, wo muss zehnmal geklingelt und zehn Minuten lang nachgedacht werden? Aber ob zehn viel ist oder nicht, hängt natürlich vom Kontext ab: Die Vorstellung von 10 Lehrern in einem Klassenzimmer lässt Schüler erschauern, für 10 Kirschen auf einem Kirschbaum lohnt es sich hingegen kaum, hinaufzuklettern.

gentlich zehnmal am Klingelzug ziehen, während bei der Drei dreimaliges Klopfen genügt? Ist die Zehn etwa schwerhörig?

Was an der Geschichte sind zufällige Ausschmückungen, was hingegen trägt eine Bedeutung? Welche Erkundungsmöglichkeiten bietet die Geschichte den Kindern? Können sie bspw. ein Bild malen, wie der Turm der Zehn von innen aussehen könnte? Oder die Geschichte nachspielen? Welchen Neuigkeitswert hat die Geschichte für die Kinder, wo gibt es etwas Überraschendes oder Anregendes? Wo findet sich etwas, das sie zu sich selbst und ihrer Lebenswelt in Beziehung setzen können?

Trotz ihrer netten Aufmachung sind die Zahlenmärchen nicht nur mathematisch eine Enttäuschung. Immer wieder setzen sie genau diejenigen Kenntnisse, die angeblich gefördert werden sollen, als bereits vorhanden voraus und offenbaren damit geradezu exemplarisch die inhaltlichen und methodischen Schwächen des Gesamtkonzepts.

### Literatur:

Friedrich, G., de Galgóczy, V., Schindelhauer, B. (2011). *Komm mit ins Zahlenland*, 2. überarbeitete Aufl.; Freiburg im Breisgau: Verlag Herder.

Gasteiger, H. (2010). *Elementare mathematische Bildung im Alltag der Kindertagesstätte: Grundlegung und Evaluation eines kompetenzorientierten Förderansatzes*. Münster: Waxmann Verlag.

Jacobs, C. & Petermann, F. (2003). Dyskalkulie – Forschungsstand und Perspektiven. *Kindheit und Entwicklung*, 12 (4), 197-211; Göttingen: Hogrefe.

Krajewski, K. (2008a). *Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule*, 2. korrigierte Auflage. Hamburg: Verlag Dr. Kovac.

Krajewski, K. (2008b). Prävention der Rechenschwäche. In: W. Schneider & M. Hasselhorn (Hrsg.), *Handbuch der Psychologie*, Bd. *Pädagogische Psychologie* (S. 360-370). Göttingen: Hogrefe.

Krajewski, K. (2008c). Vorschulische Förderung mathematischer Kompetenzen. In: F. Petermann & W. Schneider (Hrsg.), *Enzyklopädie der Psychologie*, Reihe *Entwicklungspsychologie*, Bd. *Angewandte Entwicklungspsychologie* (S. 275-304). Göttingen: Hogrefe.

Petermann, F. (2003). Legasthenie und Rechenstörung – Einführung in den Themenschwerpunkt. *Kindheit und Entwicklung*, 12 (4), 193-196; Göttingen: Hogrefe.

Stern, E. (2003). Lernen ist der mächtigste Mechanismus der kognitiven Entwicklung: Der Erwerb mathematischer Kompetenzen. In W. Schneider & M. Knopf (Hrsg.), *Entwicklung, Lehren und Lernen: Zum Gedenken an Franz Emanuel Weinert*. Göttingen: Hogrefe.

Weinhold Zulauf, Schneider & von Aster (2003). Das Kindergartenalter: Sensitive Periode für die Entwicklung numerischer Fertigkeiten. *Kindheit und Entwicklung*, 12 (4), 222-230; Göttingen: Hogrefe.

